Licenciatura em Matemática
Álgebra Linear I
Aula 1.1

<table>
<tr><th>Tempo</th><th>Estratégia</th><th>Descrição (Arte)</th></tr>
<tr><td>18:10 / 18:15
5’</td><td>Vh
Abertura</td><td></td></tr>
<tr><td>18:15 / 18:50
35’</td><td>P1
Clício</td><td>Unidade I: Matrizes
Tema 01: Matrizes: Definição e classificação
Objetivo: Definir matriz, bem como apresentar os principais tipos de matrizes e suas aplicações.</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>Matrizes
Introdução
A tabela a seguir representa as notas de três alunos em uma etapa:

<table>
<tr><th></th><th>Química</th><th>Inglês</th><th>Literatura</th><th>Espanhol</th></tr>
<tr><td>A</td><td>8</td><td>7</td><td>9</td><td>8</td></tr>
<tr><td>B</td><td>6</td><td>6</td><td>7</td><td>6</td></tr>
<tr><td>C</td><td>4</td><td>8</td><td>5</td><td>9</td></tr>
</table>

Nota do aluno B em Literatura

linha $\begin{pmatrix} 8 & 7 & 9 & 8 \\ 6 & 6 & 7 & 6 \\ 4 & 8 & 5 & 9 \end{pmatrix}$ ou $\begin{bmatrix} 8 & 7 & 9 & 8 \\ 6 & 6 & 7 & 6 \\ 4 & 8 & 5 & 9 \end{bmatrix}$

coluna</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>Matrizes
Introdução
As linhas são enumeradas de cima para baixo;
As colunas são enumeradas da esquerda para direita:

$$\begin{array}{lc} \begin{array}{l} \text{1ª linha} \\ \text{2ª linha} \\ \text{3ª linha} \end{array} & \begin{bmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & \sqrt{3} & -3 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \end{array}$$

3ª coluna
2ª coluna
1ª coluna</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>Matrizes
Exemplos
$\begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 30 & -3 & 17 \end{bmatrix}$ é uma matriz do tipo 2 x 3</td></tr>
</table>

$\begin{bmatrix} 2 & -5 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$ é uma matriz do tipo 2 x 2

Matrizes
Notação geral

- As matrizes são representadas por letras maiúsculas.
- Os elementos por letras minúsculas, acompanhadas por dois índices que indicam a posição do elemento.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

$A = [a_{ij}]_{m \times n}$

- i e j representam, respectivamente, a linha e a coluna que o elemento ocupa.

Matrizes
Exemplos

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 5 \\ 4 & \frac{1}{2} & \sqrt{2} \\ 0 & 1 & -2 \end{bmatrix} \qquad \begin{cases} a_{11} = 2, a_{12} = -1 \text{ e } a_{13} = \\ a_{21} = 4, a_{22} = \frac{1}{2} \text{ e } a_{23} = \sqrt{2} \\ a_{31} = 0, a_{32} = 1 \text{ e } a_{33} = -2 \end{cases}$$

B = [-1 0 2 5]
$a_{11} = -1$, $a_{12} = 0$, $a_{13} = 2$ e $a_{14} = 5$

$$A_{2,3} = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 9 \\ 1 & 7 & 3 \end{bmatrix}$$

$a_{11} = 4$, $a_{12} = 0$, $a_{13} = 9$, $a_{21} = 1$, $a_{22} = 7$, $a_{23} = 3$

Aplicação
Um construtor tem contratos para construir 3 estilos de casa: moderno, mediterrâneo e colonial. A quantidade de material empregada em cada tipo de casa, por metro quadrado, é dada pela tabela:

	Ferro	Madeira	Vidro	Tinta	Tijolo

Moderno	5	20	16	7	17
Mediterrâneo	7	18	12	9	21
Colonial	6	25	8	5	13

Suponha que os preços por unidade(em reais) de ferro, madeira, vidro, tinta e tijolo sejam, respectivamente 15, 8, 5, 1 e 10. Qual é o custo total do material, por metro quadrado, empregado para se construir uma casa no estilo Mediterrâneo?

Solução

$$M = \begin{pmatrix} 5 & 20 & 16 & 7 & 17 \\ 7 & 18 & 12 & 9 & 21 \\ 6 & 25 & 8 & 5 & 13 \end{pmatrix}$$

C = 15.6 + 8.25 + 5.8 + 1.5 + 10.13
= 90 + 200 + 40 + 5 + 130
= R\$ 465,00/m^2

Matrizes
Denominações especiais

- Matriz linha: 1 x n
  A =[4 7 -3 1], do tipo 1 x 4.

- Matriz coluna: m x 1
  $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$, do tipo 3 x 1

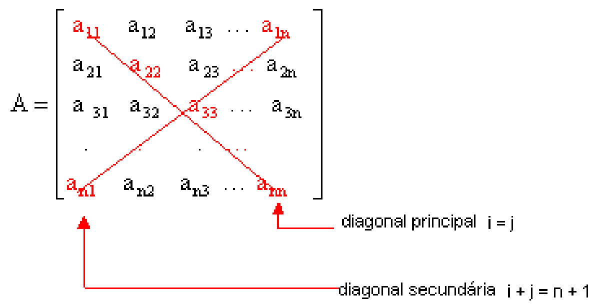
Matrizes
Denominações especiais

- Matriz quadrada: n x n
  matriz de ordem n
  $C = \begin{bmatrix} 2 & 7 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$ tipo 2 x 2

  quadrada de ordem 2.

Matriz quadrada:

- Diagonal principal: i = j
- Diagonal secundária: i + j = n +1



$$A_3 = \begin{bmatrix} -1 & 2 & -5 \\ 3 & 0 & -3 \\ 5 & 7 & -6 \end{bmatrix}$$

ordem da matriz

diagonal principal

diagonal secundária

- $a_{11} = -1$ <u>é elemento da diagonal principal, pois</u> i = j = 1
- $a_{31} = 5$ <u>é elemento da diagonal secundária, pois</u> i + j = n + 1 (3 + 1 = 3 + 1)

<u>Matrizes</u>
<u>Denominações especiais</u>

- <u>Matriz nula: todos os elementos são nulos.</u>

$0_{m \times n.}$

$$0_{2x3} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- <u>Matriz diagonal: todos os elementos que não estão na diagonal principal são nulos.</u>

$$A_{2x2} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B_{3x3} = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 7 \end{bmatrix}$$

<u>Matrizes</u> **Passo a passo**
<u>Denominações especiais</u>

- <u>Matriz identidade:</u>

$$I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$I_n = [a_{ij}],\ a_{ij} = \begin{cases} 1, \text{ se } i = j \\ 0, \text{ se } i \neq j \end{cases}.$$

Matrizes
Denominações especiais

- Matriz transposta: matriz A^t obtida a partir da matriz A trocando-se ordenadamente as linhas por colunas ou as colunas por linhas.

$$Se\ A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -1 & -2 & 1 \end{bmatrix}, então\ A^t = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Se a matriz A é do tipo m x n, A^t é do tipo n x m.

Matrizes
Denominações especiais

- Matriz simétrica: matriz quadrada de ordem n tal que $A = A^t$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 6 \\ 5 & 2 & 4 \\ 6 & 4 & 8 \end{bmatrix}$$

$a_{12} = a_{21} = 5$, $a_{13} = a_{31} = 6$, $a_{23} = a_{32} = 4$
$a_{ij} = a_{ij}$.

- Matriz oposta: matriz -A obtida a partir de A trocando-se o sinal de todos os elementos de A.

$$Se\ A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}, então\ -A = \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ -4 & 1 \end{bmatrix}.$$

Aplicação
Os elementos a_{ij} de uma matriz inteira A_{nxn} representam os custos de transporte da cidade *i* para a cidade *j*. Determine o custo do itinerário 0 3 1 3 3 2 1 0, dada a matriz abaixo

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 & 3 \\ 5 & 2 & 1 & 400 \\ 2 & 1 & 3 & 8 \\ 7 & 1 & 2 & 5 \end{pmatrix}.$$

Solução
$a_{03} + a_{31} + a_{13} + a_{33} + a_{32} + a_{21} + a_{10} = ?$

= 3 + 1 + 400 + 5 + 2 + 1 + 5
= 417

Aplicação
Calcular o traço da matriz $A = (a_{ij})_{3X3}$, tal que

		$a_{ij} = \begin{cases} sen(\frac{\pi}{2} j) + \cos(\pi i), se\ \text{i} \neq \text{j} \\ 2i - 3j, se\ \text{i} = \text{j} \end{cases}$.
		Solução **Passo a passo** $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$ $a_{11} = 2 - 3 = -1$ $a_{22} = 4 - 6 = -2$ $a_{33} = 6 - 9 = -3$ $a_{12} = sen\pi + \cos\pi = 0 - 1 = -1$ $a_{13} = sen\frac{3\pi}{2} + \cos\pi = -1 - 1 = -2$ $a_{21} = sen\frac{\pi}{2} + \cos 2\pi = 1 + 1 = 2$ $a_{23} = sen\frac{3\pi}{2} + \cos 2\pi = 1 + 1 = 2$ $a_{31} = sen\frac{\pi}{2} + \cos 3\pi = 1 - 1 = 0$ $a_{32} = sen\pi + \cos 3\pi = 0 - 1 = -1$ $A = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -2 \\ 2 & -2 & 2 \\ 0 & -1 & -3 \end{pmatrix}$ $tr(A) = -1 + (-2) + (-3) = -6$
18:50 / 19:15 25'	**P1/DL** **Clício**	**Dinâmica Local** 1.Determine os valores de x para que a matriz $A = \begin{pmatrix} -3 & x+1 \\ x^2 - 1 & 2 \end{pmatrix}$ seja simétrica. 2.Construir a matriz A = $(a_{ij})_{2X2}$, tal que $a_{ij} = \begin{cases} sen(\frac{\pi}{2} i), se\ \text{i} = \text{j} \\ \cos(\pi j) se\ \text{i} \neq \text{j} \end{cases}$.
19:15 / 19:20 5'	**Retorno DL**	